

**Методическое письмо о проведении государственной итоговой аттестации по образовательным программам основного общего и среднего общего образования по математике в форме государственного выпускного экзамена (письменная и устная формы)**

**Перечень условных обозначений, сокращений и терминов**

ГВЭ	Государственный выпускной экзамен
ГИА	Государственная итоговая аттестация по образовательным программам основного общего и среднего общего образования
ГИА-11	Государственная итоговая аттестация по образовательным программам среднего общего образования
ГИА-9	Государственная итоговая аттестация по образовательным программам основного общего образования
ГЭК	Государственная экзаменационная комиссия субъекта Российской Федерации
Минобрнауки России	Министерство образования и науки Российской Федерации
Обучающиеся с ОВЗ	Обучающиеся по образовательным программам основного общего и среднего общего образования с ограниченными возможностями здоровья
ОГЭ	Основной государственный экзамен
Порядок ГИА-11	Приказ Минобрнауки России от 26.12.2013 № 1400 «Об утверждении Порядка проведения государственной итоговой аттестации по образовательным программам среднего общего образования» (зарегистрирован Минюстом России 03.02.2014, регистрационный № 31205) (в редакции приказа Минобрнауки России от 16.01.2015 № 9 (зарегистрирован Минюстом России 30.01.2015, регистрационный № 35794);
Порядок ГИА-9	Приказ Минобрнауки России от 25.12.2013 № 1394 «Об утверждении Порядка проведения государственной итоговой аттестации по образовательным программам основного общего образования» (зарегистрирован Минюстом России 03.02.2014, регистрационный № 31206) (в редакции приказа Минобрнауки России от 16.01.2015 № 10 (зарегистрирован Минюстом России 27.01.2015, регистрационный № 35731)
ППЭ	Пункт проведения экзамена
РЦОИ	Региональный центр обработки информации субъекта Российской Федерации
СКОО	Специальная (коррекционная) образовательная организация
ЭМ	Экзаменационные материалы

В данном Методическом письме даются разъяснения по вопросам ЭМ для ГВЭ для обучающихся, освоивших образовательные программы основного общего образования и среднего общего образования по математике (письменная и устная формы).

В письме комментируются подходы к отбору содержания экзаменационных материалов, описываются экзаменационные модели и типы заданий, формулируются требования по организации и проведению экзамена, даются рекомендации по оцениванию экзаменационных работ участников экзамена, приводятся образцы заданий.

## **1. Проведение ГИА-9 по математике в форме ГВЭ (письменная и устная формы)**

ГВЭ для обучающихся, освоивших образовательные программы основного общего образования (далее – ГВЭ-9), проводится в соответствии с Порядком ГИА-9.

Категории обучающихся, сдающих ГИА в форме ГВЭ, перечислены в пункте 7. Порядка ГИА-9.

ЭМ соответствуют Федеральному компоненту государственного стандарта общего образования (Приказ Минобрнауки России от 05.03.2004 г. № 1089).

### **1.1. Особенности экзаменационной работы ГВЭ-9 по математике (письменная форма)**

При разработке экзаменационной модели соблюдалась преемственность с традиционными и новыми формами экзамена по математике для обучающихся, освоивших образовательные программы основного общего образования.

На экзамене проверяется сформированность представлений выпускников о математике как универсальном языке науки, об идеях и методах математики, овладение математическими знаниями и умениями, соответствующими Федеральному компоненту государственного стандарта общего образования (Приказ Минобрнауки России от 05.03.2004 г. №1089), развитие логического мышления, пространственного воображения, алгоритмической культуры.

Для проведения ГВЭ-9 по математике разработаны варианты экзаменационных работ, включающие в себя задания как по курсу «Алгебра», так и по курсу «Геометрия» (см. образец экзаменационной работы по математике для проведения ГВЭ-9). Эти работы предназначены и для тех выпускников, которые осваивали программу в рамках двух предметов, и для тех, кто изучал математику в рамках интегрированного курса.

На выполнение экзаменационной работы по математике даётся 3 часа 55 минут (235 минут).

В указанном Порядке ГИА-9 формулируются следующие требования проведения экзамена:

«В продолжительность экзаменов по учебным предметам не включается время, выделенное на подготовительные мероприятия (инструктаж обучающихся, вскрытие пакетов с экзаменационными материалами, заполнение регистрационных полей экзаменационной работы, настройка технических средств).

При продолжительности экзамена 4 и более часа организуется питание обучающихся.

Для обучающихся с ОВЗ, обучающихся детей-инвалидов и инвалидов, а также тех, кто обучался по состоянию здоровья на дому, в образовательных организациях, в том числе санаторно-курортных, в которых проводятся необходимые лечебные, реабилитационные и оздоровительные мероприятия для нуждающихся в длительном лечении, продолжительность экзамена увеличивается на 1,5 часа.»

При проведении экзамена для участников с ограниченными возможностями здоровья присутствуют ассистенты, оказывающие экзаменуемым необходимую техническую помощь с учетом их индивидуальных возможностей: помощь в занятии рабочего места, передвижении, сурдопереводе (см. п. 34 и 37 Порядка ГИА-9).

Экзаменационный вариант (маркирован буквой «А») включает 10 заданий: одно задание по арифметике, одно задание по теории вероятностей, семь заданий по алгебре, одно задание по геометрии. Задания являются стандартными для курса математики основной школы. Все они, кроме одного, относятся к заданиям с развернутым ответом и требуют записи решения задачи, демонстрирующей умение выпускника математически грамотно излагать решение, приводя при этом необходимые пояснения и обоснования. При выполнении задания 4 (или аналогичного ему) достаточно дать краткий ответ на каждый из поставленных вопросов.

Структура работы отвечает задаче построения системы дифференцированного обучения в современной школе. Дифференциация обучения направлена на достижение двух целей: формирования у всех учащихся базовой математической подготовки, составляющей функциональную основу общего образования; одновременного создания для части школьников условий, способствующих получению подготовки повышенного уровня, достаточной для активного использования математики в дальнейшем обучении.

Задания в экзаменационном варианте расположены по нарастанию сложности. Задания 1-7 соответствуют уровню базовой математической подготовки, задания 8-10 – уровню повышенной подготовки.

В своей совокупности варианты охватывают все блоки содержания, традиционно представленные в курсе математики 5-9-х классов, что обеспечивает достаточную полноту проверки овладения содержанием

курса. В соответствии со спецификой курса математики основное внимание уделяется проверке практической составляющей математической подготовки выпускников, когда овладение теоретическими положениями проверяется опосредованно через проверку умения решать задачи. Все задания, используемые для составления экзаменационных вариантов, содержатся в открытом банке заданий ОГЭ.

Вместе с экзаменационным вариантом участникам экзамена выдаются справочные материалы, содержащие таблицу квадратов двузначных чисел, основные формулы по алгебре и геометрии (см. Приложение 1). При выполнении экзаменационной работы допускается использование линейки, использование калькулятора не разрешается.

При проверке математической подготовки выпускников оценивается уровень, на котором сформированы следующие умения:

- выполнять арифметические действия, сочетая устные и письменные приемы;
- проводить по известным формулам и правилам преобразования буквенных выражений;
- вычислять значения числовых и буквенных выражений, осуществляя необходимые подстановки и преобразования;
- читать графики элементарных функций;
- решать линейные и квадратные уравнения и неравенства, их системы;
- моделировать реальные ситуации на языке теории вероятностей и статистики, вычислять в простейших случаях вероятности событий;
- решать планиметрические задачи на нахождение геометрических величин (длин, углов, площадей);
- проводить доказательные рассуждения в ходе решения задач.

В 2015 г. для государственной итоговой аттестации выпускников, освоивших образовательные программы основного общего образования в специальных (коррекционных) образовательных организациях для обучающихся с ОВЗ, разработаны специальные ЭМ по математике для проведения ГВЭ-9.

Экзаменационный вариант (маркирован буквой «К») включает 10 заданий: два задания по арифметике, два задания по теории вероятностей и статистике, пять заданий по алгебре, одно задание по геометрии. Образец варианта соответствующей экзаменационной работы приводится ниже. В данной работе все задания относятся к уровню базовой подготовки.

При проверке математической подготовки выпускников, освоивших образовательные программы основного общего образования в специальных (коррекционных) образовательных организациях для обучающихся с ограниченными возможностями здоровья, оценивается уровень, на котором сформированы следующие умения:

- выполнять арифметические действия, сочетая устные и письменные приемы;
- проводить по известным формулам и правилам преобразования буквенных выражений;
- вычислять значения числовых и буквенных выражений, осуществляя необходимые подстановки и преобразования;
- читать графики элементарных функций;
- решать линейные и квадратные уравнения;
- моделировать реальные ситуации на языке теории вероятностей, вычислять в простейших случаях вероятности событий;
- решать планиметрические задачи на нахождение геометрических величин (длин, углов, площадей);
- извлекать информацию из таблиц и диаграмм, преобразовывать ее с целью ответа на вопрос задачи;
- располагать числа на координатной прямой.

Ниже приведены образцы экзаменационных работ для проведения ГВЭ-9 по математике.

Следует иметь в виду, что образцы предназначены для того, чтобы дать возможность составить представление о структуре будущей экзаменационной работы, числе, форме и уровне сложности заданий, и не отражает всех элементов содержания, которые будут проверяться с помощью вариантов экзаменационной работы.

### **Образец (А) экзаменационного варианта для проведения ГВЭ-9 по математике**

#### **Часть 1**

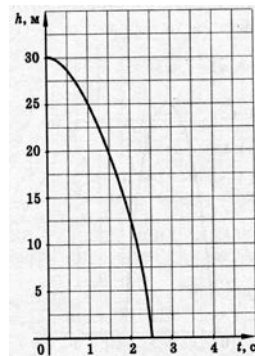
1. Решите уравнение:  $x^2 - 3x - 10 = 0$ .
2. Упростите выражение:  $\frac{c^2 + 4c + 4}{c^2 - 4} : (c + 2)$ .

3. Решите систему неравенств:  $\begin{cases} 2x + 3 > 3x, \\ 1 + 2x < 0. \end{cases}$

4. Мяч упал с балкона на землю. График на рисунке показывает, как во время падения менялась высота мяча над землей.

Используя график, ответьте на вопросы:

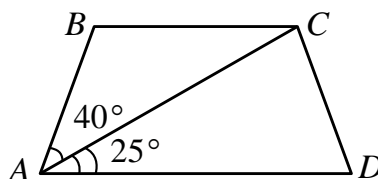
- С какой высоты упал мяч?
- Сколько времени падал мяч?
- Какое расстояние пролетел мяч за первую секунду?



5. На экзамене 20 билетов, Сергей не выучил 3 из них. Найдите вероятность того, что ему попадётся выученный билет.

6. Товар на распродаже уценили на 30%, при этом он стал стоить 700 р. Сколько рублей стоил товар до распродажи?

7. Найдите больший угол равнобедренной трапеции  $ABCD$ , если диагональ  $AC$  образует с основанием  $AD$  и боковой стороной  $AB$  углы, равные  $25^\circ$  и  $40^\circ$  соответственно.



Часть 2

8. Расположите числа в порядке возрастания:  $\frac{1}{3}\sqrt{6}$ ;  $4 \cdot \sqrt{\frac{1}{32}}$  и  $\frac{1}{3}$ .

9. Решите уравнение:  $\frac{1}{x+6} + \frac{7}{x-3} = \frac{5}{x-6}$ .

10. Один из катетов прямоугольного треугольника на 2 см больше другого, а его площадь меньше  $60 \text{ см}^2$ . Какую длину может иметь больший катет?

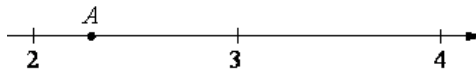
**Образец (К) экзаменационного варианта для проведения ГВЭ-9 по математике (для обуч.я с ОВЗ)**

1. Решите уравнение:  $4x^2 + 20x = 0$ .

2. Упростите выражение:  $\frac{4y}{y^2 - x^2} - \frac{2}{y - x}$ .

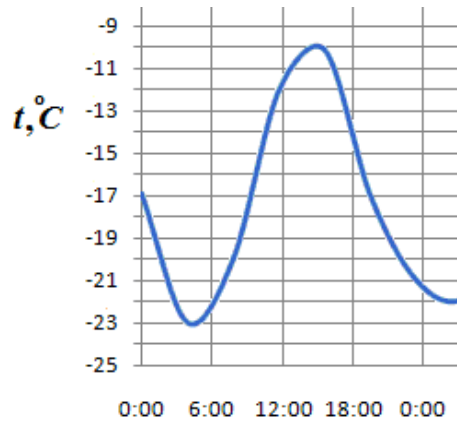
3. Вычислите:  $(10^8)^2 \cdot 100^{-6}$ .

4. Одно из чисел  $\sqrt{5}$ ,  $\sqrt{7}$ ,  $\sqrt{11}$ ,  $\sqrt{14}$  отмечено на числовой прямой, изображенной на рисунке, точкой А. Какое это число?



5. Найдите значение выражения  $\frac{7,5}{5,7 - 3,2}$ .

6. График, изображенный на рисунке, показывает, как менялась в течение суток температура воздуха. По горизонтали указывается время суток, по вертикали — значение температуры в градусах Цельсия. Какова была наибольшая температура в течение этих суток?



7. В лыжных гонках участвуют 11 спортсменов из России, 6 спортсменов из Норвегии и 3 спортсмена из Швеции. Порядок, в котором спортсмены стартуют, определяется жребием. Найдите вероятность того, что первым будет стартовать спортсмен из Норвегии.

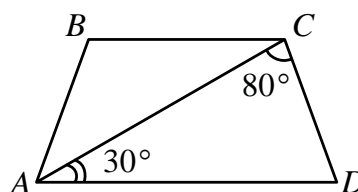
8. Кофейник, который стоил 900 рублей, продается с 10-процентной скидкой. Сколько стоит кофейник со скидкой?

9. Студент Петров выезжает из Наро-Фоминска в Москву на занятия в университет. Занятия начинаются в 9:00. В таблице приведено расписание утренних электропоездов от станции Нара до Киевского вокзала в Москве в некотором интервале времени.

<i>Отправление от ст. Нара</i>	<i>Прибытие на Киевский вокзал</i>
6:35	7:59
7:05	8:15
7:28	8:30
7:34	8:57

Путь от вокзала до университета занимает 40 минут. Укажите время отправления от станции Нара самого позднего из электропоездов, которые подходят студенту.

10. Найдите угол  $ABC$  равнобедренной трапеции  $ABCD$ , если диагональ  $AC$  образует с основанием  $AD$  и боковой стороной  $CD$  углы, равные  $30^\circ$  и  $80^\circ$  соответственно.



### 1.1.1. Оценивание результатов экзамена ГВЭ-9 по математике (письменная форма)

В Порядке ГИА-9 определены следующие подходы к оценке экзаменационных работ в форме ГВЭ-9:

«Экзаменационные работы проверяются двумя экспертами. По результатам проверки эксперты независимо друг от друга выставляют баллы за каждый ответ на задания экзаменационной работы. Результаты каждого оценивания вносятся в протоколы проверки предметными комиссиями, которые после заполнения передаются в РЦОИ для дальнейшей обработки. В случае существенного расхождения в баллах, выставленных двумя экспертами, назначается третья проверка. Существенное расхождение в баллах определено в критериях оценивания по соответствующему учебному предмету.

Третий эксперт назначается председателем предметной комиссии из числа экспертов, ранее не проверявших экзаменационную работу.

Третьему эксперту предоставляется информация о баллах, выставленных экспертами, ранее проверявшими экзаменационную работу обучающегося. Баллы, выставленные третьим экспертом, являются окончательными.» (п. 48 Порядка ГИА-9).

«Полученные результаты в первичных баллах (сумма баллов за правильно выполненные задания экзаменационной работы) РЦОИ переводит в пятибалльную систему оценивания» (п. 52 Порядка ГИА-9).

«Результаты ГИА признаются удовлетворительными в случае, если обучающийся по обязательным учебным предметам набрал минимальное количество баллов, определенное органом исполнительной власти субъекта Российской Федерации, осуществляющим государственное управление в сфере образования, учредителем, заграничным учреждением» (п. 60 Порядка ГИА-9).

В дополнение к перечисленным выше требованиям Порядка определены следующие подходы к оценке экзаменационных работ по математике:

за каждое верно выполненное задание выставляется 1 первичный балл;

задание считается выполненным верно, если выпускник выбрал правильный путь решения, из письменной записи решения понятен ход его рассуждений, получен верный ответ;

если по результатам проверки экзаменационной работы двумя экспертами получены суммы, расходящиеся на два или более первичных баллов, то по заданиям, в которых обнаружены расхождения, назначается третья проверка; в других случаях расхождения оценки, выставленной двумя экспертами, окончательной считается более высокая оценка;

рекомендуется следующая **шкала перевода** суммы первичных баллов за выполненные задания ГВЭ-9 по математике в пятибалльную систему оценивания:

Отметка по пятибалльной системе оценивания	«2»	«3»	«4»	«5»
Первичный балл	0–2	3–6	7–8	9–10

Результаты государственной итоговой аттестации признаются удовлетворительными в случае, если выпускник при сдаче государственного выпускного экзамена по математике получил отметку не ниже удовлетворительной («три»).

Справочные материалы по математике для участников ГВЭ-9

АЛГЕБРА

- Формула корней квадратного уравнения:

$$x = \frac{-b \pm \sqrt{D}}{2a}, \text{ где } D = b^2 - 4ac.$$

- Если квадратный трехчлен  $ax^2 + bx + c$  имеет два корня  $x_1$  и  $x_2$ , то

$$ax^2 + bx + c = a(x - x_1)(x - x_2);$$

если квадратный трехчлен  $ax^2 + bx + c$  имеет единственный корень  $x_0$ , то

$$ax^2 + bx + c = a(x - x_0)^2.$$

- Формулы сокращенного умножения

$$(a + b)^2 = a^2 + 2ab + b^2$$

$$(a - b)^2 = a^2 - 2ab + b^2$$

$$a^2 - b^2 = (a + b)(a - b)$$

- Формула  $n$ -го члена арифметической прогрессии  $(a_n)$ , первый член которой равен  $a_1$  и разность равна  $d$ :  $a_n = a_1 + d(n - 1)$ .

- Формула суммы первых  $n$  членов арифметической прогрессии  $S_n = \frac{(a_1 + a_n)n}{2}$ .

- Формула  $n$ -го члена геометрической прогрессии  $(b_n)$ , первый член которой равен  $b_1$ , а знаменатель равен  $q$ :  $b_n = b_1 \cdot q^{n-1}$ .

- Формула суммы первых  $n$  членов геометрической прогрессии  $S_n = \frac{(q^n - 1)b_1}{q - 1}$ .

Таблица квадратов двузначных чисел

		Единицы									
		0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
Десятки	1	100	121	144	169	196	225	256	289	324	361
	2	400	441	484	529	576	625	676	729	784	841
	3	900	961	1024	1089	1156	1225	1296	1369	1444	1521
	4	1600	1681	1764	1849	1936	2025	2116	2209	2304	2401
	5	2500	2601	2704	2809	2916	3025	3136	3249	3364	3481
	6	3600	3721	3844	3969	4096	4225	4356	4489	4624	4761
	7	4900	5041	5184	5329	5476	5625	5776	5929	6084	6241
	8	6400	6561	6724	6889	7056	7225	7396	7569	7744	7921
	9	8100	8281	8464	8649	8836	9025	9216	9409	9604	9801

## ГЕОМЕТРИЯ

- Сумма углов выпуклого  $n$ -угольника равна  $180^\circ(n - 2)$ .
- Радиус  $r$  окружности, вписанной в правильный треугольник со стороной  $a$ , равен  $\frac{\sqrt{3}}{6}a$ .
- Радиус  $R$  окружности, описанной около правильного треугольника со стороной  $a$ , равен  $\frac{\sqrt{3}}{3}a$ .

- Для треугольника  $ABC$  со сторонами  $AB = c, AC = b, BC = a$ :

$$\frac{a}{\sin A} = \frac{b}{\sin B} = \frac{c}{\sin C} = 2R,$$

где  $R$  – радиус описанной окружности.

- Для треугольника  $ABC$  со сторонами  $AB = c, AC = b, BC = a$ :

$$c^2 = a^2 + b^2 - 2ab \cos C.$$

- Формула длины  $l$  окружности радиуса  $R$ :

$$l = 2\pi R.$$

- Формула длины  $l$  дуги окружности радиуса  $R$ , на которую опирается центральный угол в  $\varphi$  градусов:

$$l = \frac{2\pi R \varphi}{360}.$$

- Формула площади  $S$  параллелограмма со стороной  $a$  и высотой  $h$ , проведённой к этой стороне:  $S = ah$ .

- Формула площади  $S$  треугольника со стороной  $a$  и высотой  $h$ , проведённой к этой стороне:

$$S = \frac{1}{2}ah.$$

- Формула площади  $S$  трапеции с основаниями  $a, b$  и высотой  $h$ :

$$S = \frac{a+b}{2}h.$$

- Формула площади  $S$  круга радиуса  $R$ :  $S = \pi R^2$ .